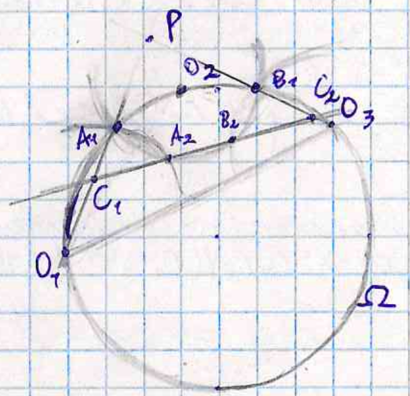
№2



Дано:
S_1, S_2, S_3 - окружности с центрами O_1, O_2, O_3
$S_1 \cap S_2 = \{A_1; A_2\}$ $S_2 \cap S_3 = \{B_1; B_2\}$
$O_1; A_1; O_2; B_1; O_3 \in \Omega$

Доказать: $A_2B_2 \parallel O_1O_3$

Доказательство:

Т.к. $A_1, B_1 \in S_2 \Rightarrow A_1O_2 = B_1O_2$ как радиусы $\Rightarrow \smile A_1O_2 = \smile O_2B_2$
т.к. равные хорды стягивают равные дуги

Т.к. $\angle A_1O_1O_2$ - вписанный $\Rightarrow \angle A_1O_1O_2 = \frac{1}{2} \smile A_1O_2$

Аналогично $\angle B_1O_3O_2 = \frac{1}{2} \smile O_2B_2$

$\Rightarrow \angle A_1O_1O_2 = \angle B_1O_3O_2$

Продлим O_1A_1, B_1O_3 и A_2B_2 до пересечений и обозначим точки пересечения согласно рисунку

Т.к. A_1A_2 - общая хорда S_1 и S_2 $\Rightarrow O_1O_2 \perp A_1A_2 \Rightarrow \angle O_1A_1A_2 = 90° - \angle A_1O_1O_2$
Аналогично $\angle O_3B_1B_2 = 90 - \angle B_1O_3O_2$

Т.к. $\angle A_1O_1O_2 = \angle B_1O_3O_2 \Rightarrow \angle O_3B_1B_2 = \angle O_1A_1A_2$

Т.к. $A_1A_2B_2B_1$ вписан в $S_2 \Rightarrow \angle A_1A_2B_2 + \angle A_1B_1B_2 = 180° \Rightarrow$
~~Пусть~~ $\Rightarrow \angle A_1A_2C_1 = \angle A_1B_1A_2$ т.к. $\angle A_1A_2C_1$ и $\angle A_1A_2B_2$ смежные
~~Тогда~~
Тогда $\angle A_1C_1A_2 = 180° - \angle A_1A_2C_1 - \angle A_2A_1C_1$
~~Т.к.~~ Пусть $\angle A_1B_1B_2 = \beta$, а $\angle A_2A_1C_1 = \alpha \Rightarrow \angle A_1A_2C_1 = \beta$ $\Rightarrow$
$\Rightarrow \angle A_1C_1A_2 = 180° - \alpha - \beta$

М-11-04

Причём $\angle A_1B_1O_3 = \angle A_1B_1B_2 + \angle O_3B_1B_2 = \beta + \angle O_1A_1A_2 = \beta + \alpha$

Т.к. $O_1A_1B_1O_3$ вписан в Ω $\Rightarrow \angle A_1B_1O_3 + \angle A_1O_1O_3 = 180° \Rightarrow$

$$\left.\begin{aligned} &\Rightarrow \angle A_1O_1O_3 = 180° - \angle A_1B_1O_3 = 180° - \alpha - \beta \\ &\angle A_1C_1A_2 = 180° - \alpha - \beta \end{aligned}\right\} \angle A_1C_1A_2 = \angle A_1O_1O_3$$

7б

Т.к. $\angle A_1C_1A_2$ и $\angle A_1O_1O_3$ равны и являются соответственными для C_1C_2 и O_1O_3 и секущей A_1O_1 $\Rightarrow C_1C_2 \parallel O_1O_3 \Rightarrow A_2B_2 \parallel O_1O_3$

ч.т.д.

№1

Запишем два неравенства ~~для~~ согласно условию для a_n и a_{1012}

$$\begin{cases} a_n - a_{1012} \geq n^3 - 1012^3 \\ a_{1012} - a_n \geq 1012^3 - n^3 \end{cases} \quad \begin{cases} a_n \geq n^3 - 1012^3 \\ -a_n \geq 1012^3 - n^3 \end{cases} \quad \begin{cases} a_n \geq n^3 - 1012^3 \\ a_n \leq n^3 - 1012^3 \end{cases} \Rightarrow$$

$\Rightarrow a_n = n^3 - 1012^3$

7

Тогда $a_{2024} = 2024^3 - 1012^3 = 8 \cdot 1012^3 - 1012^3 = 7 \cdot 1012^3$

Ответ: $a_{2024} = 7 \cdot 1012^3$

№3

Если предполагать, что такое слово есть, то оно должно иметь вид $\sqcup C_1 \sqcup \ldots$, где $\sqcup$ – это одинаковые части, а C_1 – любая буква и тогда нам достаточно в начало поставить этот символ C_1, чтобы появлялись соседние одинаковые подслова.
К примеру слово аба. Оно удовлетворяет изначальному условию отсутствия соседних одинаковых подслов.

слово вава, в котором уже есть одинаковые соседние подслова ва М-11-04

7

Ответ: да, существует

№4

Заметим, что если бросить 2 кубика, то равные вероятности будут у сумм 2 и 12, 3 и 11, 4 и 10 и т. д.

Аналогично будет для 3 кубиков и пар 3 и 18, 4 и 17 и т. д.

Объясняется это тем, что они ~~образуются из~~ получаются при сложении ~~так называемы~~ ~~чисел~~ ~~чисел~~ ~~чисел~~, чисел, находящихся на противоположных гранях кубика, а точнее 2 получается, когда выпадет 1 и 1, и 12 при выпадении 6 и 6 одновременно. (числа 1 и 6 находятся на противоположных гранях) 3 и 11 получаются парами (1; 2) и (6; 5) соответственно, ~~это да~~ ~~да~~ либо ~~наоборот~~ (2; 1) и (5; 6)

Т.е. если для конкретного ~~кубика~~ количества кубиков сумма S выпадает с вероятностью p, то и сумма из так сказать „противолежащих" чисел тоже будет выпадать с вероятностью p, поскольку заменив во всех вариациях выпадений в случае S ~~маст~~ все числа на „противолежащие", то получим все вариации получить „противолежащую" сумму, а раз их одинаковое количество для каждой суммы, то вероятности по классическому определению одинаковы.

Чтобы получить сумму 2024 нам нужно минимум ~~2024~~ $\left\lceil \frac{2024}{6} \right\rceil = 338$ кубиков, причём получится 2024

либо ~~6~~ $6+6+\ldots+6+2$ либо другими этими же м-11-04

суммы, если „переливать" из шестерок в двойку по единице. Но от этого „противолежащая" сумма не изменится.

Тогда минимальным значением будет

$$\underbrace{6+6+\ldots+6}_{337}+2$$

$$\underbrace{1+\ldots+1}_{337}+5=337+5=342$$

4

Ответ: 342

№5

Заметим, что количество тех, кто ответил „≥ 1"

состоит из тех, кто решил ровно 1 (a), ровно 2 (b_1) и ровно 3 (c_1)

Количество тех, кто ответил „≥ 2" состоит из тех, кто решил ровно 2 (b_2) и ровно 3 (c_2)

Количество тех, кто ответил „$=3$" состоит только из тех, кто решил ровно 3 (c_3)

Тогда нам надо найти a, b_1+b_2 и $c_1+c_2+c_3$

Причём мы знаем, что

$$\begin{cases} 3c_3=a+b_1+c_1 \\ 2c_2+2b_2=a+b_1+c_1 \\ 3(c_1+c_2+c_3)+2(b_1+b_2)+a=198 \end{cases}$$

И ещё $c_1+c_2+c_3\leq 48$

$b_1+b_2\leq 50$

Также стоит отметить, что количество всех участников $\vdots$ 11 т.к. по первым двум уравнениям получается, что $n = a + b_1 + b_2 + c_1 + c_2 + c_3 = a + b_1 + c_1 + \frac{1}{2}(a + b_1 + c_1) + \frac{1}{3}(a + b_1 + c_1) = \frac{11}{6}(a + b_1 + c_1)$

2